De Speculo uſtorio,

IGNEM AD PROPOSITAM DI-
ſtantiam generante, Liber unicus.

Ex quo duarum linearum ſemper appropinquã-
tium, & nunquam concurrẽtium col-
ligitur demonſtratio.

ORONTIO FINÆO DELPHI-
nate, Regio mathematico
authore.

LVTETIÆ,
Ex officina Michaelis Vaſcoſani, uia Iacobæa,
ad inſigne Fontis.

M. D. LI.

CVM PRIVILEGIO.



AD CLARISSIMVM SIMVL ET eruditum uirū, Do. Ioannem Massonium, torquatū equitem, Serenissimi Angliæ ac Hyberniæ Regis à secretis sanctioribus, eiusq; oratorem apud Henricum Gallorum Regem christianissimum: Orontij Finæi Delphinatis, in sequētem librum de ustorio speculo, præfatio.

SI qua geometricarum figurarum uis siue potestas, ornatissime uir, atque rectilineorum angulorum proprietas, ex rebus ipsis naturalibus deprehēdatur: hoc maxime in speculorum ustoriorum clarescere uidetur artificio. De quibus uarij non infimæ authoritatis ac eruditionis mathematici, diuersos olim conscripsere tractatus: quos omnes Vitellio, tū subtilitate, tum multitudine propositionum, longè uidetur superasse: ut illius testatur Perspectiua, decem libris absoluta: in qua nullum speculi genus prætermisit, eorum potissimū, quæ radiis solaribus exposita, ad communem eorundem radiorum concursum, ignem accendere possunt. Inter omnia porrò specula, quæ ustoria nuncupantur: ea longè fortiorem atq; celeriorem uidētur efficere combustionē, quæ sic excauata sunt, ut in eorum superficiem incidentes radij solares, ad unum certum & commune punctum refrangantur. In huiuscemodi nanque speculis, ob uniuersalem eorundem radiorum collectionem, &

unitam proinde uirtutem(quę fortior est dispersa) ignem celeriter & intensè generari, ipso sensu fit manifestum. Hoc autem ei soli uidetur accidere speculo, quod in formã sectionis recti atq; rectanguli coni, quæ parabola dicitur, fuerit excauatum. Ex ipsius itaque Vitellionis postremarum propositionum libri noni demonstrationibus, & Apollonij Pergæi conicis elementis, unà cũ elemẽtis geometricis ipsius Euclidis, ab hinc annis duodecim, subtile recollegimus & demonstrauimus artificium, unico libro comprehẽsum: quo in primis ipsius recti atque rectanguli coni sectio describitur parabola: dein præfatum ustorium construitur speculum, in formam eiusdem parabolæ sectionis fabricatum. Hoc enim solaribus radiis directè suppositum, ignem ad datum interuallum, super inflammabili materia poterit accẽdere: nempe ad tantam longitudinis distantiam, quantus fuerit semidiameter oblati cuiusuis circuli, dũmodo aliquantula eiusdem circuli sectio, super quopiã oblato plano describi uel facilè possit. Quanquam enim præfatus Vitellio, multa de supradicta sectione parabola, quæ ex recto atque rectangulo cono desumitur, suo more demonstrauerit, nulla tamen arte uidetur edocuisse, qualiter inflexa seu curua eiusdem sectionis parabolæ linea (à qua totum constat pendêre negotium) fuerit describenda. Ait enim propositione quadragesimaquarta præallegati libri noni,

ni, lineam quam dicimus periphæriam sectionis (parabolæ uelim intelligas) inueniat industria operantis, &c. Ex aliis porrò qui de ea re tractarunt, unicum uidimus incerti nominis authorẽ, ex Arabica lingua in Latinã adeò perplexè ac inuolutè conuersum (quemadmodum sæpius in uertendis libris peccare solent, qui linguas tantũmodo callere, artes uerò de quibus agitur, prorsus ignorare uidentur,) ut uix sensum aliquem ex ipsa potuerimus elicere litera: aut unicam conspicere figuram, quæ eidem literæ responderet. Decreueramus nihilominus ipsum librum nostrum in meliora supprimere tempora: ni proborum quorũdam ac studiosorum uirorum authoritas, in publicum tandem prodire iussisset. Quãtùm autem cæteros omnes hac in parte uicerimus, unicuique recto ac cãdido lectori submittimus diiudicandum. Hunc porro quantuluncunque laborem nostrum, tibi generoso ac modis omnibus erudito uiro, nostri nominis dudũ obseruantissimo, dicandum esse censuimus: tum in primis, ut pignus aliquod nostræ erga te uolũtatis & obedientiæ posteris relinquamus: tum etiam, ut patronum habeamus in Anglia, qui liuidorum calumnias reprimere dignetur & possit. Fieri enim non poterit, ut quæ tu ipse iustè probaueris, ab aliis studiosis non facilè recipiãtur. Vale, ex musæolo nostro, Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. M. D. L. I.

Antonij Mizaldi Monsluciani in Orontianum Speculum carmen ad Lectorem.

Lector amice, uides quàm prosit Orontius Orbi,
Quámque iuuet doctos, uoce, labore, manu.
Hîc speculum fabricat, mira quod repperit olim
Arte Syracusius nobilis ille senex.
Quo Regis uires elusit: & igne triremes
Illinc concepto perdidit innumeras.
Ast usum docuit tantùm: dat Orontius artem
Veram: nec solam, nam dat utrunque tibi.
Arte mathematica fabricam hîc demonstrat, & usum
Vrentis speculi, denique materiam.
Res sanè mira & non uisa, absque ignibus ignes
Excitat: & nullo fomite cuncta cremat.
Ignes è speculo longè iaculatur: & unum
Phœbo Vulcanum sedulò conciliat.
Quæque procul posita in flammas conuertit: & igne
Nusquam prospecto, quod cupit, hoc abolet.
In terram è cælo flammam transferre Promethêus
Est ausus, quondam cælica regna petens.
Hôc maiora potest insignis Orontius, ima
Ex terra flammas cælitus, ecce, trahit.
Quod nemo faciet, nisi sit de gente Deorum:
Talem Finæum dicere iure potes.
Ingenium mirare nouum, mirare laborem
Summum, præclaris Gallia nota uiris.
Felix hoc partu nimium es, nimiúmq; superba:
Nanque tuum nomen iam super astra tulit.

Finis.

Orontij Finæi Delphi

NATIS, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ professoris, De Speculo ustorio ignem ad propositã distantiam generante, Liber unicus.



VT ad susceptã Speculi parabolici (sic enim iure possumus appellare) descriptionem, præter ipsius Euclidis elementa geometricã, quę ueluti certa atq; nota supponimus: nonnulla ex conicis elementis Apollonij Pergęi, quæ potissimum ad nostrum facere uidentur institutũ, priùs diffinire, ac exponere duximus operę pretium. Deinde ipsum Speculum parabolicum in primis mathematicè, posteà manuali construere ac polire docebimus artificio: unde congruam omnium speculorum tum materiam, tum poliẽdi rationem, quilibet sagax & & industrius artifex colligere uel facile poterit. Ab ipsius itaque recti ac rectanguli coni, eiusdémque parabolæ sectionis diffinitione (cæteris conorũ atque sectionum differentiis, ueluti parum suscepto negocio conducentibus prætermissis) nostrum feliciter auspicemur exordium.

Recti atque rectanguli coni, eiúsque sectionis quæ parabola dicitur, Diffinitiones XII.

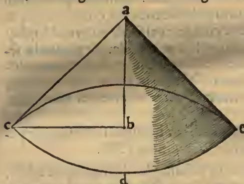
1 Conus rectus atque rectangulus dicitur, figura solida, sub plano circulari, & ea quæ ab eodem circulo in punctum unum coarctatur superficie, comprehensa: à rectãgulo & isoscele triangulo (uno eorum, quæ circa rectum sunt angulum, latere manente fixo) integrè reuoluto descripta, non differens à rotunda pyramide.

2 Axis igitur ipsius recti atq; rectanguli coni est, ipsum trianguli latus fixum, circa quod idem reuoluitur triangulum rectangulum.

3 Basis uerò eiusdem coni est, circulus à reliquo latere eorum quę circa rectum sunt angulum, circũuoluto descriptus: in cuius centrum præfatus coincidit axis.

4 Conica porrò superficies, est quæ ab ipso latere rectãangulum subtendente completè reuoluto causatur, in supremum axis desinens apicem: qui uertex eiusdem coni dicitur.

5 Omnis autem linea recta, quæ à uertice coni in basis deducitur circunferentiam: latus siue longitudo eiusdẽ coni nominatur. Hoc itaque modo descriptus conus, rectus in primis dicitur, quoniam illius axis ad rectos super basin cõsistit angulos: & rectangulus ideò uocitatur, quoniam duo illius latera ex opposito constituta, rectum continent angulum: quæ cùm sint inuicem æqualia, fit ut idẽ conus isosceles haud dissimiliter appelletur. Quẽadmodum obiecta coni figura *acde* utcunque demonstrat, à rectangulo & isoscele triangulo *ab c* circa latus *ab* complete reuoluto descripta: Cuius uextex est punctum *a*, axis autem *ab* linea recta, basis uerò *cde*, circulus, cuius centrum *b*, latus denique siue longitudo eiusdem coni, *ac*, uel *ae*, linea recta.



6 Sectio autem ipsius recti atque rectanguli coni, quæ parabola dicitur, & quæ ad nostrũ maximè uidetur spectare negotium, est plana superficies, inflexa quadam linea

nea per coniedu&a superficiem, & dimetiente basis ipsius coni terminata: quæ isosceles atq; rectanguli trianguli plano, quod per uerticem & axem eiusdem coni trāsire diffinitur, & sub binis lateribus & dimetiente basis cōtinetur, & conū bifariā dirimit, ad rectos cōsistit angulos.

7 Sagitta porrò, siue dimetiens ipsius sectionis parabolę est, linea recta quæ eorundē planorum cōmunis est differentia, & alterum eiusdem trianguli latus secat, alteri uerò fit parallela.

8 Vertex autem eiusdem sectionis parabolæ est, ipsius sagittæ siue dimetientis punctum supremum.

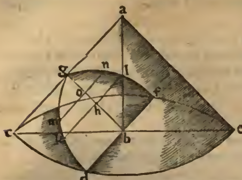
9 Basis uerò propriè nuncupatur, ipsum latus rectum sectionis, siue conicæ basis dimetiens.

10 Et quæ huic sectioni tam auctæ, quàm diminutę sectiones describentur parallelæ: itidem parabolę nuncupantur: quarum diminutæ, hoc est, truncatæ à basi coni rectanguli sectiones, suscepto potissimum uidentur inseruire negocio: cuius causa infra exponetur.

11 Omnes autem lineę rectæ, eidem basi sectionis ac inuicem parallelæ, ab altera inflexæ lineæ parte in reliquā ad rectos cum sagitta coincidentes angulos: lineæ ordinis eiusdem sagittę, siue ordinatim extensę nuncupantur: quas omnes sagitta bifariam diuidit: & unaquæque illarū, est basis illius partis sectionis parabolæ, quæ inter eandem lineam & sagittæ uerticem comprehenditur.

12 Ea denique linea ordinis, quæ per medium totius sagittæ pūctum, inter eius uerticē, & basin sectionis, aut (si mauis) centrum basis ipsius coni transire diffinitur: latus erectum eiusdem sectionis parabolæ, atque partium ipsius sectionis, à qualibet ordinis linea ad sagittæ uerticem comprehensarum, uocitatur. Harum autem postremarum diffinitionum exempla, ex subscripta coni potes elicere figura: cuius uertex *a*, & axis *a b*, illius autem basis circulus *cdef*, triangulum uerò rectangulum per axem & uerticem coni *a c e*. Sectio autem parabola *dgf*,

ſub inflexa & parabolica linea *dgf*, & recta *dbf* comprehēſa: cuius uertex *g*, dimetiēs ſiue ſagitta *bg*, & medium illius punctum *h*, baſis ſiue latus rectum ipſa *dbf*. Ordinis porro lineæ *kl* & *mn*, & quæcunque his ſimiles: quarum erectum latus, eſt ipſa *kl*. Cætera peruia ſunt.



Lemma, ſiue aſſumptum.

Quòd autem ſectio, communiſq; differentia, qua ſuperficies conica, & plana ſuperficies per axem & uerticē coni deducta, rectangulum ac iſoſceles triangulum efficiat: tū ex ipſius coni præmiſſa deſcriptione, tum ex ipſa trianguli rectāguli figura, à quo huiuſcemodi conus deſcribitur, fit per ſeſe manifeſtum. Sunt enim ipſius communis & triāgularis ſectionis latera, in ſuperficie conica, ab illius uertice in baſis periphæriam deducta: & proinde æqualia adinuicem, atq; rectum angulū comprehendētia. Baſis uerò eiuſdē ſectionis cōmunis, eſt ipſius conicæ baſis dimetiens, eandē bifariā diuidens. Ipſa ergo ſectio cōmunis, cùm per uerticē & axem ipſius coni trāſire diffiniatur: conum ipſum bifariam de neceſſitate diuidit.

POSTVLATA EX PERSPECTIVA deſumpta.

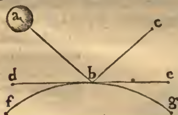
Subroganda deinde ſunt communia quædam theoremata, ab omnibus Perſpectiuę authoribus comprobata, quæ poſtulata nuncupabimus. Quorum primum eſt huiuſmodi.

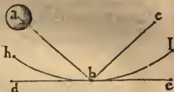
1 Omnes radij ſolares in datam quamuis ſpeculi ſuperficiem

ficiem incidentes, se habent ueluti quædam rectæ lineæ: & proinde in geometricis demonstrationibus eam uim obtinent, quam lineæ mathematicæ seruant adinuicem.

2 Omnes radij solares in planum coincidentes speculū, faciunt angulos incidentiæ angulis reflexionis semper ęquales. De angulis intelligo ad eam rectam lineam relatis, quæ unà cum ipsis radiis in eodem plano consistit.

3 Omnes insuper radij solares in cōuexi cuiusuis, aut cōcaui speculi superficiē incidētes, ad præfatos angulos æquales refrāguntur: sed ad eā relatos superficiē planā, uel in eadē superficie iacentē lineā rectā, quæ per incidentiæ punctū trāsire diffinitur, & ipsam concauā uel cōuexam speculi superficiē in eodem incidentiæ puncto solūmodò tangit. Hæc duo ultima postulata, ex subscriptis utcūq; clarescunt descriptionibus. In quibus radius Solis *ab* reflectitur in punctum *c*, efficiens angulum incidentiæ angulo reflectionis æqualem: siue radius incidat in planum *de*, uel in conuexum *fg*, aut in concauum speculum *hl*, ab ipso plano *de* in eodem puncto *b*, contanguntur: semper enim angulus *abd*, angulo *cbe* causatur æqualis.





4 A quacumque autem speculi superficie, radij solares sic reflectuntur, ut in unum coincidant & refrangantur punctum: in ipso solo puncto, ignē generari est possibile.

Corollarium.

Cum igitur radij solares in concaui cuiuspiam speculi superficiem incidentes, ad unum quoddam certum & cōmune pūctum ex omni parte refrangūtur: necessum est huiuscemodi speculum, inter omnia ustoria specula ce-

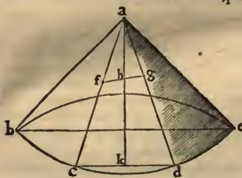
lerrimæ atque intensissimę fore combustionis. Tale autē solum esse demonstrabimus, quod instar supradictæ sectionis parabolæ fuerit excauatum.

HIS IN HVNC MODVM EXPOSITIS, atque diffinitis: demonstrandæ sunt aliquot propositiones, ipsius sectionis parabolæ discutientes accidentia, & ad mathematicā intelligentiam propositi speculi, in formam eiusdem parabolę sectionis excauandi, perutiles ad modúmque necessariæ. Quarum prima est hæc.

PROPOSITIO I.

SI in recti atque rectāguli coni superficie, duo suscepta fuerint puncta: quæ per ipsa puncta recta connectitur linea, cadit intra conum: ni producta in directum, per ipsius coni transierit uerticem.

Sit rectus atque rectangulus conus *abcde*, in cuius superficie duo signentur puncta *f*, *g*: aio quòd connexa ex *f*, in *g* linea, recta cadit intra conū: ni producta in directū, peruenerit ad ipsius coni uerticem, efficiēs eiusdem coni latus. Demittantur enim ex *a* uertice, per ipsa puncta *f*, *g*, in basis circunferētiam, bina coni latera *afc* & *agd*: connectaturq; recta linea *cd*, p primū postulatū geometricū. Cùm igitur basis coni sit circulus, in cuius circunferētia sunt duo pūcta *c*, *d*, cadit itaq; recta *cd*, intra circulū *bcde*, per secundā tertij elementorū Euclidis.



Trian-

Triangulũ propterea acd, conũ ſubintrat, ac ipſum diuidit. In triãgulo porrò acd, continetur fg linea recta. Eadẽ itaque linea recta fg, cadit intra datum conum $abcde$.

Idem aliter. Aut (ſi uelis) ſuſcipiatur in recta fg pũctum h: & ex a uertice, per h, in baſin cd, ipſius trianguli acd, recta deducatur linea ahk. Cũ igitur recta cd, cadat intra circularẽ baſim ipſius coni: cadet & recta linea ahk, intra eundem conum, & proinde illius pũctum h: & ducta a conſequenter per idem punctum h, linea recta fhg. Quod oſtendere oportebat.

Corollarium.

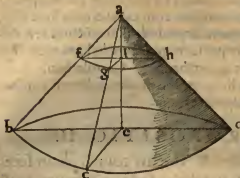
Omnes itaq; lineæ ordinis præfatæ ſectionis parabolæ, intra conum ipſum cadunt.

PROPOSITIO II.

SI rectangulus & erectus conus, plano ſecetur ipſi baſi parallelo, ſectio communis eiuſdem plani & conicæ ſuperficiei, erit periphæria circuli, cuius centrum in ipſius coni axe conſtituetur.

Eſto rectangulus & erectus conus $abcd$, cuius uertex a, baſis circulus bcd, & illius centrum e, axis uerò coni ae, planum autem ſecans conum ipſi baſi parallelum fgh, per quod tranſeat axis coni ad punctum l: ſuſcipianturq; in conica ſuperficie, eidem plano cõmunia puncta f, g, h. Dico quòd linea communis interſectionis eiuſdem plani & conicæ ſuperficiei, tranſiens per ipſa puncta f, g, h, eſt circunferentia circuli, cuius centrum eſt punctum l. Non erũt enim fg, gh, & hf, eiuſdem ſectionis portiones, lineę rectæ: caderent enim intra conum, per antecedẽtem primam propoſitionem: & proinde non forent in ipſius coni ſuperficie, contra hypotheſin. Obliquæ ſunt igitur eædem fg, gh, & hf, lineales interſectiones: & tota conſequenter fgh, circunuolutio, itidem obliqua. Aio quòd &

circularis, cuius centrum est punctum *l*. Deducãtur enim ex *a* uertice, per ipsa puncta *f*, *g*, *h*, in basis circunferẽtiam, coni latera *afb*, *agc*, & *ahd*: & connectantur *eb*, *ec*, & *ed*, semediametri, similiter *lf*, *lg* & *lh*, lineę rectæ, per primũ postulatum geometricum. His ita constructis, palam est



triangula *aeb*, *alf*, esse inuicẽ ęquiangula: est enim *lf*, ipsi *eb*, ex hypothesi parallela, & proinde angulus *alf*, æqualis ipsi *aeb*, nec non angulus *afl*, angulo *abe*, interiori & opposito ad easdem partes æqualis, per uigesimãnonam primi elementorum Euclidis: & angulus qui ad uerticẽ *a*, utrique triangulo cõmunis est. Haud dissimiliter ostẽdetur, triangulum *aec*, triangulo *alg*, necnon triangulũ *aed*, triangulo *alh*, fore itidem æquiangulum. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartã sexti eorundem elementorum. Sicut igitur *ae*, ad *eb*, sic *al*, ad *lf*: atque sicut ipsa *ae*, ad *ec*, sic eadem *al*, ad ipsam *lg*: sicut prætereà eadem *ae*, ad ipsam *ed*, sic præfata *al*, ad ipsam *lh*. Atqui *eb*, *ec*, & *ed*, æquales sunt adinuicem, ut pote eiusdem circuli semidiametri: & eadem ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti prædictorum elementorum. Eadem itaque *al*, ad ipsas *lf*, *lg*, & *lh*, eandem quoque rationem obtinet. Ad quas autem magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationem, ipsæ sunt æquales per nonãm eiusdem quinti elementorum:

Aequa-

Aequales igitur inuicem sunt *lf*, *lg*, & *lh*. Haud dissimiliter quotquot ex puncto *l*, in orbitam *fgh*, deducentur lineæ rectæ, tum inuicem, tum unicuiq; ipsarum *lf*, *lg*, *lh*, ostendentur æquales. Circulus est igitur orbicularis linea *fgh*, per ipsius circuli diffinitionem: & illius centrum l, per nonam tertij eorũdem elementorum. Quod demõstrandum susceperamus.

Corollarium.

Quæ igitur à coni uertice, in præfatũ planum eidem basi conicæ parallelum comprehẽditur figura: conus est, & toti cono similis, cuius basis est ipse circulus *fgh*, communis existens eiusdem plani & conicæ superficiei differentia.

PROPOSITIO III.

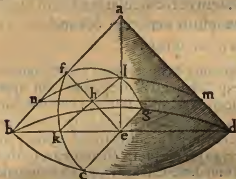
IN recti atque rectãguli coni sectione parabola, latus erectum duplum est sagittæ eiusdem sectionis, inter axẽ coni & ipsius sectionis uerticem comprehensæ.

Sit rectus iterum atq; rectangulus conus *abcd*, cuius uertex *a*, basis circulus b c d, & ipsius circuli centrum *e*, axis uerò coni *ae*, triangulum porrò per axem bifariam diuidens ipsum conum *abd*: Sectio demum parabola, ad rectos cũ eodem triangulo consistẽs angulos, *cfg*, cuius latus rectũ *ceg*, uertex pũctum *f*, sagitta uerò *ef*, & medium eiusdem sagittæ punctum *h*, erectũ

deniq; latus eiusdem sectionis *khl*. Aio ipsum erectum latus *khl*, ipsius *ef*, sagittæ fore duplum. Cùm enim triangulum *abd*, sectionem parabolam super sagitta *ef*, ad rectos dirimat angulos: coincidet erectum latus *khl*, ad rectos itidem angulos cum plano eiusdem trianguli *abd*. Transeat itaque circulus quidam conum diuidẽs, per ipsum erectum latus *khl*, basi parallelus, cuius circuli dimidium sit *mln*, dimetiens uerò recta *mn*. Erit itaque ipsius circuli cẽtrum in axe *ae*, illius uerò circunferentia in superficie conica, per antecedentem secundam propositionem. His ita constructis, quoniam latus erectũ *khl*, ad rectos cum sagitta *ef*, consistit angulos: cadit igitur *hl*, ad rectos itidem angulos cum plano ipsius trianguli *abd*, & proinde cum dimetiente *mn*. Et quoniam angulus qui ad punctum *l*, rectus est, per trigesimam primam tertij elementorum Euclidis (nempe consistens in semicirculo *mln*) deducta igitur ex angulo recto qui ad *l*, in basin *mn*, perpendicularis *lh*, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta *mh*, & *hn*, per corollarium octauæ sexti eorundem elemẽtorum. Quod igitur ex *mh* fit quadratum, ad id quod ex *hl*, eam habet rationem, quam recta *mh*, ad rectam *hn*, per corollarium decimęnonæ eiusdem sexti elementorum. Atqui *mh*, ipsius *hn* (ut infra demõstrabitur) est dupla. Quod igitur ex *mh*, fit quadratum, eius quod ex *hl* describitur, est duplum. Ipsa porrò *mh*, æqualis est oppositæ *de*, per trigesimam quartam primi eorundem elementorum: parallelogrammum est enim, *dehm* quadrilaterum. Eidem rursum *de*, æqualis est *eb*: utraque enim est semidiameter ipsius *bcd* circuli. Binæ igitur *mh*, & *eb*, æquales sunt adinuicẽ: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata. Aequalia rursum quadrata, ad idẽ quadratũ eandem habẽt rationem, per septimã quinti prædictorũ elementorũ. Quod igitur ex *eb*, fit quadratum, duplum est eius quod ex *hl*. Id rursum quod ex *eb* fit quadratum, duplum est eius quod ex *ef*,

per

per quadragesimā septimā primi eorundē elemētorum: rectāgulum est enim atq; isosceles ipsum *efb*, triangulū, nempe simile toti *abd*. Quod igitur ex *eb*, fit quadratum, ad ea quæ ex *ef*, & *hl*, describuntur quadrata eandem habet rationē, nempe duplam. Aequum est ergo quadratū quod ex *ef*, ei quod fit ex *hl*, per nonam quinti ipsorum elementorum. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: ęqualis est itaq; recta *ef*, ipsi *hl*. Sed ipsius *hl*, dupla est *khl*, & ipsius ꝑpterea *ef* itidē dupla: quæ enim sunt æqualia, eiusdē sunt dimidiū, per septimę cō munis sententiæ conuersionem. Latus igitur erectum *khl*, duplum est sagittæ *ef*. Quod fuerat ostendendum.



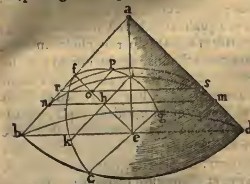
Lemma siue assumptum.

Quòd autem *mh*, dúpla sit ipsius *hn*: in hunc modum confirmatur. Quoniam triangulum *ebf*, triangulo *fhn*, est æquiangulum: parallela est enim *hn*, ipsi *eb*, & angulus propterea *fhn*, æqualis angulo *feb*, necnon angulus *fnh*, angulo *fbe*, itidem æqualis, per uigesimamnonam primi elementorum: & reliquus angulus qui ad *f*, utriq; triangulo communis. Est igitur per quartam sexti eorūdem elementorum, ut *eb*, ad *hn*, sic *ef*, ad *fh*. sed *ef*, ipsius *fh*, dupla est: & *eb*, igitur ipsius *hn*, itidem dupla. Ipsi autem *de*, & proinde ipsi *eb*, æqualis præostensa est *mh*: & æqualia eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Dupla est igitur *mh*, ipsius *hn*. Quod proxima fuerat assumptum demonstratione.

PROPOSITIO IIII.

Si in eadem recti atque rectanguli coni sectione parabola, inter ipsius sectionis uerticem & latus erectum; à parabola in sagittam perpendicularis quæpiam ordinetur: Idem latus erectum ad ipsam perpendicularem eandem rationem habebit, quam eadem perpẽdicularis ad eam sagittæ partem, quæ ipsum uerticem & eandem perpendicularem intercipitur.

Resumatur proximæ & antecedentis propositionis figura, unà cum expositis ipsius figurę partibus, cui superaddatur perpẽdicularis & ordinata linea *op*: recipio itaq; demonstrandum, ut latus erectum *khl*, ad ipsam perpendicularem *op*, sic eadem perpendicularis ad sagittæ partẽ *of*. Describatur ergo per pũctum *p*, circulus *rps*, ipsi basi *bcd*, parallelus, cuius dimetiens sit *ros*, ipsi *nhm* dimetiẽti consequẽter parallelus. Erit igitur *os*, ipsi *hm* æqualis, per trigesimamquartam primi elementorum Euclidis, atq; rursum *op*, media proportionalis inter *so*, & *or*: quẽadmodũ & *hl*, media itidem proportionalis inter *mh*, & *hn*, per trigesimam primam tertii, & corollarium octauæ sexti eorũdem elemẽtorum. Per corollariũ insuper decimęnonę eiusdem sexti elementorũ, erit ut quadratum ex *mh*, ad quadratum quod ex *hl*, sic ipsa *mh*,



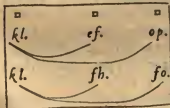
mh recta, ad rectam *hn*: atque rursum ut quadratũ quod ex *so*, ad quadratum quod ex *op*, sic eadem recta *so*, ad rectam *of*. Sunt itaque duo ordines quatuor proportionalium quantitatum, & in utroq; ordine primæ quãtitates æquales sunt adinuicem, similiter & tertiæ: est igitur ut secunda quantitas ipsius primi ordinis ad secundã ordinis secũdi, sic quarta eisdẽ primi ad quartã ipsius secũdi.

Vt quadratũ { *mh* / *so* } ad quadratũ { *hl* / *op* } sic recta { *mh* / *so* } ad rectam. { *hn* / *or* }

hoc est ut *hl*, ad *op*, sic *hn*, ad *or*. Sicut porrò *hn*, ad *or*, sic recta *hf*, ad rectam *of*: triangula enim *fhn*, *for*, sunt inuicem æquiangula, & proinde ut *nh*, ad *hf*, sic *ro*, ad ipsam *of*, per quartam sexti elementorũ, & permutãtim quoq; per sedecimam quinti eorundẽ elementorũ, ut *nh*, ad *or*, sic hf, ad ipsam *of*. Habes igitur, ut *hf* ad *of*, sic quadratũ ex *hl*, ad id quod ex *op* describitur. Ipsi porrò *hl*, ostẽsa est ęqualis *ef*: & ab æqualibus rectis, æqualia describũtur quadrata. Est igitur ut *hf*, ad ipsam *of*, sic quadratũ ex *ef*, ad quadratũ quod ex *op*. Et quoniam *kl*, dupla est ipsius *ef*, & eadẽ *ef*, ipsius *fh* itidem dupla: est igitur per corollarium decimænonæ sexti elementorũ, ut quadratũ ex *kl*, ad quadratũ quod ex *ef*, sic eadẽ recta *kl*, ad rectã *fh*.

▫	▫	
kl.	*ef.*	*fh.*

Sicut rursum quadratũ quod ex *ef*, ad quadratum quod ex *op*: sic ostensa est *fh* recta, ad rectam *fo*. Erit igitur ex æqua ratione, ut quadratum ex *kl*, ad quadratum quod ex *op*, sic recta *kl*, ad rectã *fo*, per uigisimamsecũdã quinti elementorum. Sed quadrata sunt in dupla ratione laterum, ut ex ipso decimęnonæ sexti elementorum elicitur corollario: & proinde ipsa latera in subdupla ratione quadratorum. Re-



cta igitur kl, ad rectã fo, duplo maiorem rationem, quàm ad ipsam op. Tres itaque lineæ rectæ kl, op, fo, sunt inuicem proportionales, | kl - op - fo | per decimæ diffinitionis quinti eorundem elementorum conuersionem. Sicut igitur latus erectum kl, ad perpẽdicularem op, sic eadem perpendicularis op, ad sagittæ segmentũ fo. Quod oportuit demonstrasse. Idem quoque ostendere licebit, ubi eadem perpendicularis op, inter latus erectum kl, & basim sectionis cd, fuerit data.

Corollarium I.

Quadratum igitur quod ex data quauis perpendiculari describitur, æquum est rectangulo, quod sub erecto latere, & comprehẽsam inter ipsam perpendicularem & sectionis uerticem sagittæ partem continetur. Ostensum est enim ut kl ad op, sic eadem op, ad fo: corollarium ergo subsequitur, per decimamseptimam sexti elementorum.

Corollarium II.

Quacunq; præterea linea ordinis in parabola sectione designata, si per illius extremitates & uerticem sectionis describatur circulus (quod per quintam quarti elementorum fieri potest) centrum ipsius circuli de necessitate erit in sagitta sectionis, per corollarium primæ tertij elementorum: quoniam sagitta ipsam ordinis lineam bifariam, & ad rectos dirimit angulos.

Corollarium III.

Pars insuper dimetiẽtis eiusdẽ circuli, per caput sectionis, & lineæ ordinis extremitates delineati, inter ipsam lineam ordinis & circunferentiã eiusdẽ circuli, uersus basim sectionis cõprehẽsa: erecto lateri sectionis erit æqualis. Nam per trigesimam primam tertij, & corollarium octauæ sexti elementorum, proposita pars dimetiẽtis, ad dimidiam lineæ ordinis partem (quæ perpendicularis appellatur) eandem habet rationem, quam ipsa dimidia pars, seu perpendicularis, ad reliquam partem ipsius di-

metientis, quæ ad ſectionis parabolæ finitur uerticem. Eandem quoque rationem præoſteſum eſt habere latus ſectionis erectū ad ipſam perpendicularem, ſeu dimidiā lineæ ordinis partē. Quæ autē ad eandem, eandē habent rationē, æqualia ſunt adinuicem, per nonam quinti elementorum. Aequalis eſt igitur propoſita pars ipſius dimetientis, eidem erecto lateri ſectionis parabolæ. Quemadmodum ex præfata ſectione parabola *cfg*, ad iuſtam rationem antecedentis coni rectanguli *abcd* cō ſtructa, & directè ob oculos expoſita, colligere uel facile eſt. In qua latus erectum *khl*, & linea ordinis *nop*, atque deſcriptus circulus *fnmp*, circa rectilineum triangulum *fnp*, illiúſq; circuli dimetiens *fm*, coincidens cum ſagitta *ef*: nam pars ipſius dimetientis *om*, ipſi *kl*, eſt æqualis.

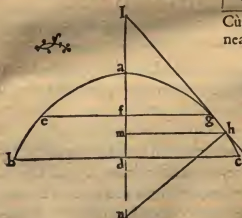
PROPOSITIO V.

SI recti atque rectanguli coni ſectionem parabolā recta linea tetigerit, & à contactu in ſagittam utrinque productam duæ ceciderint lineæ rectæ, altera quidem perpendicularis in ſagittam, altera uerò tangenti perpendicularis, & ſagitta conuenerit ipſi tangenti: latus ſectionis erectum eandem rationem habebit ad partem ſagittæ quæ inter perpendiculares, quam ſagittæ pars inter perpendicularem interiorem & prædictarum linearum concurſum exteriùs cōpræ-

henſa,ad ipſius ſagittæ partem, quæ interiorem perpendicularem & uerticem ſectionis intercipitur.

Eſto ſectio parabola *a b c*,ad iuſtam rationem ſæpiùs aſſumpti coni rectãguli delineata: cuius uertex *a*,ſagitta uerò *a d*,baſis *b d c*,& erectum latus *e f g*. Tangat autem ſectionem recta quædam linea *h l*, in puncto *h*:& ab ipſo puncto *h*,decidat perpẽdicularis in ſagittam, quę ſit *h m*, ipſi uerò tangẽti *h l*,perpendicularis *h n*. Producta demũ ſagitta ad utraſque partes,conueniat in primis cum tangente *h l*,in ipſo puncto *l*:cum ipſa uerò perpẽdiculari *h n*, in ipſo puncto *n*. His conſtructis, aio erectum latus *e f g*, eandem habere rationem ad partem ſagittæ *m n*, quam pars *l m*,ad ipſam *m a*. Cùm enim angulus *l h n* ſit rectus, & ab ipſo angulo recto qui ad *h*,in baſin *l n*, perpendicularis deducatur *h m*:erit ut *l m*,ad *m h*,ſic eadem *m h*,ad ipſam *m n*,per corollarium octauæ ſexti elementorum. Sed per antecedentem quartam propoſitionem, latus erectũ *e f g*, eandẽ rationem habet ad ipſam *m h*:quam eadem *m h*,ad. *m a*.

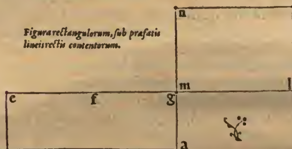
l m.	*m h.*	*m n.*
e f g.	*m h.*	*m a.*



Cùm autem tres lineæ fuerint ꝓportionales,quod ſub extremis continetur rectangulũ, æquum eſt ei quod à medio fit quadrato, per decimamſeptimã ſexti elemẽtorum.

Vtrunq;

Vtrunq; igitur rectangulum, & sub *l m* in ipsam *m n*, atq; sub *e f g* in ipsam *m a* comprehensum, eidem quadrato quod ex *m h*, describitur, est æquale: & proinde alterum, æquale alteri. Sunt itaq; duo rectangula, & cõsequenter parallelogramma inuicem æqualia, & unum angulum uni angulo æqualem habentia, nempe rectum recto: habẽt igitur quæ circum æquales angulos latera reciprocè proportionalia, per decimamquartam eiusdem sexti elementorum. Sicut igitur latus erectum *e f g*, ad rectam *m n*: sic recta *l m*, ad partem sagittæ *m a*. Quod oportuit demonstrasse.



PROPOSITIO VI.

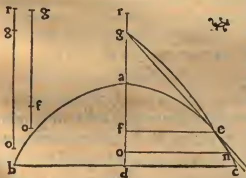
SI à dato puncto sectionis parabolæ ipsius recti atque rectanguli coni, perpendicularis in sagittã deducatur, & producta sagitta extra uerticem, ei sagittæ parti quæ perpendicularem & uerticem intercipitur, æqualis recta forinsecus designetur: connexa ab illius extremo in datum punctum linea recta, sectionem tanget.

Resumatur proxima sectio parabola *a b c*, cuius uertex *a*, sagitta uerò *a d*, & basis recta *b d c*. Datũ autem sectionis punctum sit *e*, à quo decidat *e f*, in sagittam *a d*, perpẽ-

dicularis: & producta sagitta ad partes uerticis *a*, ipsi *af* æqualis secetur *ag*, per tertiam primi elementorum, & cõnectatur *eg* linea recta. Dico itaq;, rectam *eg*, tangere sectionem in ipso puncto *e*. Si enim non tetigerit, secabit ergo sectionem: idq; aut super *e* punctum, uersus *a* sectionis uerticem, aut sub eodem puncto *e*, uersus basim *bdc*. Secet igitur in primis (si possibile fuerit) in puncto *h*: & ab ipso puncto *h*, in sagittam *ad*, perpendicularis deducatur *hl*, per duodecimam primi elemẽtorum. Et quoniam *ag*, ipsi *af* data est æqualis: maior erit igitur *ag*, ipsa *al*: seceturitaq; ipsi *al*, æqualis *am*, per tertiam eiusdem primi elementorum: erit ergo *lm*, dupla ipsius *am*. Patuit autem in antecedentis quartæ propositionis demonstratione, rationem *fa*, ad ipsam *al*, duplo maiorem esse ratione *fe*, ad *lh*. Sicut porrò *fe*, ad *lh*: sic *fg*, ad *gl*, per quartam sexti, & sedecimã quinti elemẽtorum. Ratio igitur *fa*, ad ipsam *al*: duplo maior est ratione ipsius *fg*, ad *gl*. Sicut rursum *fa*, ad ipsam *al*: sic eadem *fg*, ipsius *af* dupla, ad rectam *lm*, duplam ipsius *al*, per quindecimam quinti elementorum. Ratio itaq; *fg*, ad *lm*, duplo maior est ratione ipsiº *fg*, ad *gl*. Prima itaq; *fg*, ad tertiam *lm*, duplo maiorẽ rationem habet: q̃ eadem *fg*, ad secũdam *gl*. Sunt igitur inuicem proportionales, per decimæ diffinitionis quinti elementorum cõuersionem: sicut quidem *fg*, ad *gl*, sic eadem *gl*, ad *lm*: quæ potestate sunt quatuor, nam *gl*, consequentis primæ rationis, & antecedentis secundę fungitur officio.

To-

Tota igitur *fg*, ad totam *gl* se habet, ut *gl* ablata, ad ablatam *lm*. Et reliqua igitur *lf*, ad reliquam *mg* se habebit ut tota ad totam, per decimamnonam quinti elementorum. Atqui prima *fg* maior est tertia *gl*: & reliqua igitur *lf*, reliqua *mg* maior erit, per decimamquartam eiusdem quinti elementorum. Sunt autem *lf*, & *gm*, per constructionem adinuicem æquales: quę simul impossibilia sunt. Non secat igitur *eg* recta sectionem parabolam, inter datum punctum *e*, & ipsius sectionis uerticem. Aio quod neq; infra, uersus basim *bdc*. Secet enim (si possibile fuerit) in puncto *n*: & ducatur *no* super *ad* perpendicularis, per duodecimam primi elementorum: seceturq; *ar*, ipsi *ao* æqualis, per tertiam eiusdem primi elementorum. Et quoniam *af*, ipsi *ag* est æqualis. erit itaq; *gr*, æqualis ipsi *fo*: & *or*, consequēter dupla ipsius *ao*. Erit rursum ex quartæ propositionis demonstratione, ratio ipsius *oa* ad rectā *af*, duplo maior ratione *on* ad *fe*: & ratione cōsequenter ipsius *og* ad *gf*, ueluti supra deductū extitit. Ratio quoq; ipsius *or* (quæ dupla est ipsius *ao*) ad ipsam *gf* (quæ dupla est ipsius *af*) eadē erit, quæ ipsius *oa* ad ipsam *af*, p quindecimā quinti elementorū: & proinde duplo maior ratione ipsius *og*, ad ipsam *gf*. Prima itaq; *or*, ad tertiam *gf* duplo maiorem rationē habet, quàm secunda *go*, ad eandem tertiā *gf*. Sunt igitur rursum inuicem proportionales, per ipsius decimę diffinitionis quinti elementorum cōuersionē: sicut quidē *ro*, ad *og*, sic eadē *og*, ad ipsam



gf. Tota propterea *or*, ad totam *og* se habet, ut ablata *og*, ad ablatam *gf* (ipsa enim *og* bis sumpta, totius & ablatæ fungitur officio) reliqua proinde *gr*, ad reliquam *or* se habebit: ut tota *or*, ad totam *og*, per ipsam decimamnonam quinti elementorum. Tota porrò *or*, maior est ablata *og*: & reliqua proinde *gr*, reliqua *of* itidem maior. Atqui *gr*, ipsi *or* æqualis præostēsa est: quæ simul impossibilia sunt. Non secat igitur recta *eg*, sectionem *abc*, inter datum pūctum *e*, & basim *bdc*: patuit quòd neque inter idem punctum *e*, & eiusdem sectionis uerticem *a*. Tangit itaq; recta *eg* sectionem ipsam, in eodem puncto *e*. Quod expediebat ostendere.

Corollarium.

Si recta igitur linea sectionem tetigerit parabolam, & à puncto contactus in sagittam perpendicularis deducta fuerit, productaq; sagitta ad partes uerticis cum tangente conuenerit: erit uersauice pars sagittæ sectionis uerticem & punctum contactus intercepta, æqualis parti eiusdem sagittæ, quæ inter ipsum uerticem & eandem clauditur perpendicularem. Ostensum est enim, rectam *ge*, tangere parabolam sectionem in ipso puncto *e*: ubi deducta perpendiculari *ef*, pars sagittæ *af* posita est æqualis ipsi *ag*. Et proinde recta *ge*, tangente uersauice sectionem parabolam in puncto *e*, & deducta *ef*, perpēdiculari, sagitta ipsi tangenti conueniat in punctum *g*: erit à conuersa demonstrandi ratione, pars sagittę *ag*, æqualis ipsi *af*.

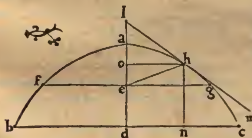
PROPOSITIO VII.

SI à dato quouis recti atque rectanguli coni parabolæ sectionis puncto, egrediatur linea recta sagittæ parallela, altera uerò cadat in punctū sagittæ medium, per quod transit latus erectum, atque in eodem puncto dato alia quædam linea recta sectionem tangat: Angulus qui sub contingen-

gen-

gente utrinque producta, & ea quæ in punctum sagittæ mediũ ad partes uerticis causatur, æqualis est angulo, qui ex linea sagittæ parallela, & eadem contingente uersus basim efficitur.

Esto rursum data sectio parabola *a b c*, cuius uertex *a*, sagitta uerò *a d*, & basis *b d c*, sitq; ipsius sagittæ punctum medium *e*, per quod transeat latus rectum *f e g*: Datum porrò sectionis punctum sit *h*, & connexa linea recta *e h*, alia quædam linea recta *l h m*, tangat eandem sectionem in ipso puncto *h*, à quo decidat *h n*, ipsi *a d* parallela. Aio itaq; angulum *e h l*, æqualem esse angulo *n h m*. Producatur enim sagitta uersus *a*, similiter & ipsa cõtingens *l h m*, donec conueniant in punctum *l*. Trianguli itaq; *e h l*, angulus *l e h*, erit uel acutus, aut rectus, uel obtusus. Sit in primis acutus, ut in proxima figurę dispositione: & à pũcto *h*, in sagittam *a d*, perpendicularis deducatur *h o*, per duodecimam primi elementorum, quæ de necessitate sectionis parabolę cadet inter puncta *a*, & *e*. Cùm igitur *a e*, utcunque diuisa sit in puncto *o*: quod igitur sub *e a*, & altero segmento tum *a o*, quater comprehenditur rectangulum, unà cum quadrato quod ex *o e*, reliquo segmenro describitur, æquum est ei quod ex *e a*, & *a o*, tanquam ex una recta linea fit quadrato, per octauam secundi elemẽtorum: hoc est, quadrato ipsius *e l*, nam per corollarium antecedentis sextæ propositionis, *a o*, ęqualis est ipsi *a l*. Et quoniam per tertiam propositionem antecedentem,



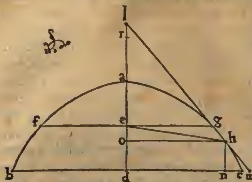
latus rectum *f e g*, duplum est sagittæ *a d*: idem ergo latus

feg, quadruplum eſt ipſius *ae*. Id autem quod ſub duabus lineis rectis, quarum altera in quotcunque ſegmenta diuiſa eſt, continetur rectangulum: æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento diuiſæ comprehenduntur rectangulis, per primam ſecundi elementorũ: & per primam ſexti eorundem elementorum, ſub eadem alitudine, & in baſibus æqualibus conſiſtentia rectãgula parallelogramma, æqualia ſunt adinuicem. Quod igitur ſub *feg*, & ipſa *ao* continetur rectangulum, quater ſub *ea* & *ao* contento rectangulo, eſt æquale: & proinde unà cum quadrato quod ex *oe*, æquũ eſt ei quod ex *el*, deſcribitur quadrato. Atqui latus erectum *feg*, eandem rationem habet ad perpendicularem *ho*, quam ipſa perpẽdicularis ad ſagittæ partem *oa*, per antecedentem quartam propoſitionem. Tres itaque lineæ rectæ *feg*, *ho*, & *oa*, continuè ſunt proportionales. Quod igitur ſub extremis *feg* & *oa* continetur rectangulum, ęquum eſt ei quod à media *ho* fit quadrato, per decimamſeptimam ſexti elementorum. Quæ igitur ex *ho* & *oe* quadrata deſcribuntur, æqualia ſunt quadrato quod ex *el*. Ipſis porrò quadratis, quæ ex *ho* & *oe* deſcribuntur, æquum eſt quadratum quod ex *eh*, per quadrageſimamſeptimam primi ipſorũ elementorum: rectus eſt enim angulus *eoh*, per ipſam cõſtructionẽ. Aequalia porrò quadrata ſunt, quæ ab ęqualibus rectis deſcribuntur: æqualis eſt propterea *eh* ipſi *el*, & angulus conſequenter *ehl*, angulo *elh*, æqualis, per quintam eiuſdem primi elementorum. Eidem rurſum angulo *elh*, æqualis eſt exterior & ad eaſdem partes conſiſtens angulus *nhm*, per uigeſimamnonam ipſius primi elementorum: parallela ſiquidem eſt *hn* ipſi *dl*, per conſtructionem. Aequalis eſt itaque angulus *ehl*, eidem angulo *nhm*. Quod in primis oſtendendum ſuſceperamus.

Si autem angulus *leh* fuerit rectus, ut in ſequenti figura: idem rurſum nihilominus concludetur. Cùm enim angulus *leh*, ſit rectus ex hypotheſi, is erit ęqualis angulo re-

recto *l e g*: & ipsa proinde *h o*, perpẽdicularis, & coincidẽs propterea ipsi *e g* dimidio lateris erecti. Quare rursum *a e* ipsi *a l* erit ęqualis, per corollarium antecedẽtis sextæ propositionis: & tota proinde *e l*, dupla ipsi⁹ *e a*. Sed ipsius *e a* dupla est similiter *e g*, siue *o h*, ut ex antecedenti propositione tertia deductum extitit: & quæ eiusdem duplicia sunt, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur *e l*, ipsi *e g*: & angulus consequenter *e h l*, angulo *e l h* per quintam primi elemẽtorum æqualis. Cui quidem angulo *e l h*, æqualis est angulus *n h m*, per uigesimamnonam eiusdem primi elemẽtorum: & proinde angulus *e h l*, æqualis ipsi angulo *n h m*. Quod rursum fuerat ostendendum. Esto demum angulus *l e h* obtusus, ut in ea quæ sequitur figuræ descriptione: & à pũcto *h*, in sagittam *a d*, perpẽdicularis deducatur *h o*, per ipsam duodecimam primi elementorum. Cadet igitur punctum *o*, inter puncta *d* & *e*: eritque recta *a o*, ipsa *a e* maior. Et quoniam per corollarium antecedẽtis sextæ propositionis, *a l* ipsi *a o* est æqualis: maior erit propterea ipsa *a l*, dimidia sagitta *a e*. Secetur itaque eidẽ *a e* æqualis *a r*, per tertiam primi elementorum. Reliqua igitur *e o*, reliquæ *r l* cõsequenter erit æqualis: & proinde tota *o r*, æqualis toti *e l*. His pręmissis, cùm recta *o a*, utcũque diuidatur in puncto *e*; quod igitur sub tota *o a*, & altero segmentorum *a e*, quater comprehenditur rectangulum, unà cum quadrato quod ex reliquo segmẽto *e o* describitur, æquum est quadrato ex *o a* & *a e*, tãquam ex una recta linea descripto, per octauam secundi elemen-

torum: igitur & æquale quadrato ipsius *or*, cùm *ae* ipsi *ar* per cõstructionem sit æqualis: atq; demum æquale quadrato ipsius *el*, quæ eidem *or* æqualis præostensa est. Atqui per antecedentem tertiam propositionem, latus



erectum *feg*, duplum est ipsius sagittæ *da*: igitur & ipsius *ea* quadruplum. Cõprehensum itaq; sub *feg*, & ipsa *oa*, rectangulum, æquum est ei, quod sub eadẽ *oa*, & *ae* quater continetur (ut in prima huius parte, ex prima secũdi, atque prima sexti elementorum conclusimus) & ipsum propterea sub *feg*, & *oa* comprehensum rectangulum, unà cũ quadrato quod fit ex *eo*, æquatur quadrato quod fit ex *el*. Eidem præterea rectangulo quod sub *feg*, & *oa*, continetur, æquum est quadratum quod ex ipsa *oh*, perpendiculari describitur. Nam per antecedentem quartã propositionem, *oh* est media proportionalis inter latus erectum *feg*, & sagittæ partem *oa*. Vnde rursum per decimamseptimam sexti elementorum, comprehensum sub extremis *feg*, & *oa* rectangulum, æquum est ei quod à media *oh* fit quadrato. Quæ igitur ex *eo*, & *oh* utraque fiunt quadrata, æqualia sunt ei quod ex *el* quadrato describitur. Ipsis porrò quadratis quæ ex *eo*, & *oh* describũtur, æquum est id quod fit ex *eh*, per quadragesimam septimam primi elemẽtorum: rectus est enim angulus qui sub *eoh*, per constructionem. Quod igitur ex ipsa *el*, describitur quadratũ, æquũ est ei quod fit ex *eh*: & proinde ipsa *el* recta, eidem *eh*, æqualis, & angulus consequenter

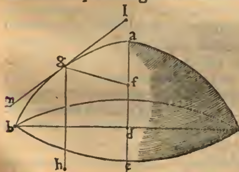
ehl,

ehl, æqualis angulo *elh*, & æqualis propterea ipsi angulo *nlm*. Omnibus ergo modis, qui sub contingente, & ea quæ in punctum sagittæ medium, ad partes uerticis causatur angulus: æqualis est ei, qui ex linea sagittæ parallela, & eadem contingente, uersus basim efficitur angulo. Quod tandem oportuit demostrasse.

Corollarium I.

Si igitur à recti atq; rectanguli coni sectione parabola, circa sagittam integrè reuoluta, superficies describatur, & in datum quoduis punctum concauitatis illius recta inciderit linea axi parallela, ab eóq; puncto in medium sagittæ punctum (per quod transit latus erectum) altera recta connexa fuerit: ipsæ lineæ rectæ æquales cõficient angulos cum ea linea recta, quæ prefatam superficiem à parabola sectione descriptam, in eodem puncto contangit.

Vtpote, si ex data coni rectãguli sectione parabola *abc*, cuius uertex *a*, basis uerò recta *bc*, & sagitta *ad*, circa eandem sagittam integrè reuoluta, describatur parabola & excauata superficies *abec*: cuius basis sit *bce* circulus, & ipsius circuli centrum punctum *d*, diameter autem recta *bdc*, & diuisa sit *ad* sagitta (quæ nomen axis adepta est) bifariam in puncto *f*, cuius dimidium *af*, quartæ parti lateris erecti eiusdem sectionis parabolæ sit æquale. Incidat autem in punctum *g* cõcauitatis eiusdem superficiei parabolę, recta linea *gh*, axi *ad* parallela, & cõnectatur *gf* linea recta, tangatq; præfatã superficiẽ à parabola sectione descriptam, recta quædã linea *lm*, in ipso



quidem puncto *g*. Clarum est itaq;, angulum *lgf*, æqualem esse angulo *mgh*. Per datum siquidem punctum *g*, & uerticem *a*, sectio transit parabola, super basim *bec* perpendiculariter erecta, & ei sectioni ex qua descripta est superficies similis & prorsus æqualis, quam quidē sectionem bifariam diuidit axis *ad*. Et cùm eidem axi parallela sit recta *gh*, per constructionem, erit eadem *gh* in eodē plano cum ipsa *ad*: similiter & ipsa *gf*, per septimam undecimi elementorum. & proinde recta *lm*, quæ tangit superficiem, tangit similiter & eandem sectionem in ipso pūcto *g*. Aequalis est itaq; angulus *lgf*, ipsi angulo *mgh*, per ipsam propositionem septimam. Idem quoque subsequi necessum est, de datis quibusuis aliis in concauum eiusdem superficiei coincidentibus lineis rectis.

Corollarium II.

In speculo itaque iuxta recti atq; rectanguli coni sectionem parabolam excauato, & Soli radiāti directè exposito: omnes radij solares in concauam eiusdem speculi superficiem incidentes, in unum ueluti commune punctum axis reflectuntur: quod tantum distat ab ipsius speculi uertice, quantum est dimidiū sagittæ illius sectionis parabolæ, ad cuius rationem datum speculum constructum extitit. Nam propter solaris corporis respectu totius globi terrestris (ne dum exigui speculi) excessiuam magnitudinem, quæ secundum Alphraganum est ut 166 ferè ad 1, & maximam centri ipsius Solis à mundi centro distantiam, quam idem Alphraganus asserit continere semidiametrū ipsius globi terrestris millies centies & septuagesies: fit ut omnes radij solares, in huiuscemodi speculum directè coincidentes, uideantur paralleli. Quemadmodum (præter eas, quę ex ipsa distātia construi possent demonstrationes) fidem facit umbrarum rectarum meridianarum æqualitas, quæ per æqualium gnomonū ad notabilem distantiam sub eodem meridiano circulo constitutorum causantur inter positionem: quæ minimè offen-

offenderentur æquales, si in ipso casu radiorum, iidem radij solares parallelam inter sese non obseruarent distantiam. Se habent itaq; præfati radij solares in ipsum coincidentes speculum, ueluti quædam lineæ rectæ axi eiusdem speculi (dum Soli directè exponitur) parallelę. Sed omnes lineę rectæ in concauam superficiem, quæ à recti atque rectanguli coni sectione parabola describitur incidentes, tales causant angulos cum singulis lineis rectis, in earundem incidentium pūctis extremis, superficiem ipsam contingentibus: quales ab eisdem punctis, in medium sagittæ punctum connexæ lineæ rectę, per primum huiusce propositionis septimæ corollarium. Et per prēmissum tertium postulatum, omnis radius solaris in huiuscemodi concauum incidens speculum, angulum incidentiæ angulo reflexionis facit ęqualē: super plano (uelim intelligas) quod ipsius speculi parabolici concauam superficiem, in eodem incidentiæ puncto contangit. Corollarium itaque fit apertè manifestum. In cuius maiorem elucidationem, sequentem adiecimus figuram: quæ habet speculum parabolicū *a b c*, cuius uertex *b*, axis uero *b d*, & in eodem axe quarta pars lateris erecti *b e*, hoc est, dimidium sagittæ sectionis parabolæ, ad cuius rationem cōstructum est speculum: Radios deniq; solares inter cæteros annotatos *f g*, *h l*, *m n*, in puncta concauitatis *g*, *l*, *n* coincidentes, ad ipsum punctum *e* refractos. In quod quidem punctum *e*, cæteros omnes coincidentes radios refrangi est operæ pretium: ibidémque, applicata re cōbustibili, ignem generari.

Corollarium III.

Hinc rursum colligitur, huiuscemodi speculum parabolicum, hoc est, iuxta recti atque rectanguli coni sectionē parabolā excauatum: intensioris atq; celerioris esse cōbustionis, q̄ aliud quoduis speculum datū. Nullum etenim præter supradictum parabolicum offenditur speculum, à cuius uniuersa superficie radij solares in unum

commune punctū reflectantur. Nam ſi aliquod tale dari poſſet ſpeculum, maximè foret hemiſphæricum concauū: ſed in illo tot offenduntur reflexionū puncta, quot ſunt in-





cidentium radiorum orbiculares reuolutiones. Vt ex Vitellione, aliiſque authoribus Perſpectiuæ facilè deprehenditur. Solum itaque ſpeculū, pro recti atq; rectanguli coni ſectione parabola conſtructum, punctum habet commune, in quod coincidentes radij ſolares uniuerſaliter refranguntur. Et cùm uirtus unita, fortior ſit ipſa diſſa: fit ut in præfato ſpeculo parabolico, & ad communem illius refractorum radiorum concurſum, ignis celeriùs atq; intenſius accendatur, quàm per aliud quod uis ſpeculum datum.

PROPOSITIO VIII.

Qua

QVa ratione ſectio deſcribatur parabola, ad conſtructionem ſpeculi concaui, ignem ad propoſitam diſtátiam generantis pernecesſaria.

Eſto diſtantia, ſeu propoſita longitudo *a b*: quæ in directum & continuum producatur, ad partes quidem *b*. Et ipſi *a b*, ęqualis ſecetur *b c*: hoc eſt, ſumatur ipſius *a b* dupla, quæ ſit *a b c*. Poſito itaque ſpeculi parabolici uertice in pũcto *a*, omnes radii ſolares in ipſum ſpeculum incidentes, refrangi debent ex hypotheſi, & ſimul conuenire in punctũ *b*. Erit propterea data longitudo *a b*, dimidium ſagittæ illius ſectionis parabolę, ad cuius inflectionem propoſitum excauandum erit ſpeculum: & tota conſequenter *a c* ſagitta eiuſdẽ ſectionis integra, atque ſemidiameter circuli qui eſt baſis recti atque rectanguli coni, ex quo propoſita ſectio parabola (quæ diminuta nuncupatur) eliciẽda eſt. Fiat igitur recta *d e* ad angulos rectos cum *a c*, & utraque *d a* & *a e* eidem *a c* æqualis: connectanturq; *d c*, atque *c e* lineæ re

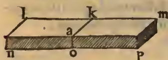
ctæ. Rectus erit itaq; angulus *dce*: uterque enim angulus *dca*, & *ace*, dimidius est anguli recti, uelut ex quinta, & trigesimasecunda primi elementorum uel facilè colligitur. Et proinde triangulum *dce*, rectangulum est, atque isosceles: ad cuius integram reuolutionem circa latus *dc*, rectus atque rectangulus conus describitur, cuius sectio parabola recipit in sagittam præfatam lōgitudinem *abc*: eritq; recta *dc* axis, & *ce* semidiameter basis eiusdem coni, & proinde dimidiū basis eiusdem sectionis parabolæ. Si ducantur ergo per puncta *b* & *c*, rectæ lineæ *fg* & *hi*, inuicem atque ipsi *de* parallelæ, rectos cum *abc* utrobiq; causantes angulos, ac eidem *abc* utraque *bg*, & *bf*, secetur æqualis, & utraque *ch* & *ci* æqualis ipsi *dc*: erit *fg* latus erectum, & *hi* basis eiusdem sectionis parabolæ, sub inflexa linea *hfagi*, & eadem basi *hci* comprehensa.

His præmissis clarum est, neq; sectionem parabolam *hai*, neq; eius partem *fag*, fore describendam, ut per eam propositum fabricetur speculum: cùm radiorum solariū reflexio, futura sit in puncto *b*, medio quidem sagittę *abc*, per quod trāsit latus erectū *fbg*: hæc enim sagitta *ac*, uel eius dimidia pars *ab*, ineptæ atq; excessiuæ uideretur esse magnitudinis. Resecanda est igitur mediocris quędā, ac nō incongrua particula ipsius distātiæ propositæ *ab*, & fabricāda sectio parabola diminuta: cuius basis sit chorda sectionis circuli ex *abc* descripti, ueluti *alm*, cuius sagitta est *ak*. Hæc autē sagittæ siue distantiæ pars *ak*, pedalis ad summū aut sesquipededalis poterit esse quātitatis: etiam quantacunque fuerit oblata distantia *ab*. Quanto nihilominus maior extiterit *ak*, tāto maior erit chorda *lm*, & sectio parabola tāto maior, & proinde futurum speculū tanto consequenter maius. Vnde solatium radiorū tanto maior multitudo, in ipsum punctum *b* reflectetur: ex quo subsequetur intentior, atq; celerior ignis generatio.

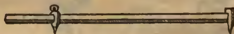
Fabricetur itaq; (ut ad rem ipsam deueniamus) ex ligno quopiam solido, ueluti pyro uel nuce, corpus rectā-

gulū

gulum sub æquidistantibus planis comprehensum: tantæ ad minus longitudinis, quanta est chorda *l m*, latitudinis autem iuxta sagittam *a k*, & altitudinis ad ipsius *a k* dimidium. Cuius quidem corporis longitudo, sub quatuor lineis rectis, latitudinis atque altitudinis lateribus parallelis, & quadrilateram atque rectangulã comprehendẽtibus figuram, bifariam ex omni parte diuidatur. Vt ex

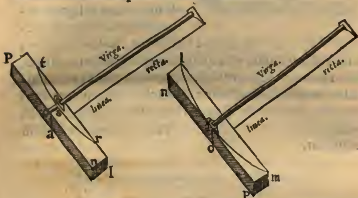


obiecta corporis figura, eisdẽ literis *a*, *k*, *l*, *m*, & adiunctis *n*, *o*, *p* insignita deprehenditur. Sumatur deinde uirga quædam lignea uel ferrea, tantæ ad minus longitudinis, quãta est *a b c*: in cuius extremorum altero, stylus promineat acutus ipsi uirgę orthogonus ad longitudinem ipsius altitudinis *a o*: in reliquo uero extremo, cursorius circinus adaptetur, breuissimo cuspide, unà cũ perstringente clauo insignitus. Vti subscripta descriptio monstrat.



Describatur consequenter in dato quopiam, & ad libellam præparato plano, recta quædã linea, quę sit æqualis ipsi *a b c*: & super ipsius lineæ altero termino, media linea alterutrius faciei prȩfati corporis rectanguli directè constituatur, sic quidem, ut punctum (uerbi gratia) *o* eidem extremitati lineæ supradictæ adamussim respondeat. Et posito super reliquo eiusdem lineæ termino styli cuspide, ipsius uirgę seu præparatæ regulę, atq; circino cursore ad quantitatem longitudinis ipsius *a b c* iustificato: describatur in suprema prædicti corporis superficie, sectio *l a m*, ei quæ in præcedenti figura delineata est similis & æqualis. Opposita deinde ipsius corporis rectanguli facie sursum euersa, atque media prioris faciei lineola in directũ supradictæ lineæ uelut antea constituta: restringatur in-

teruallũ circini pro dimidia parte ipsius *a k*, immoto sem per (ueluti communi centro) ipsius styli cuspide: & super altera, atq; priori opposita facie corporis, sectio itidẽ cir culi describatur *r s t*, ipsa *l a k* minor. In hunc quippe modum, ut utraque sectionis periphæria ad eandem corporis partem inclinetur: & altera earum tangat latus faciei in qua describitur in ipso puncto *a*, reliqua uerò ad mediam oppositæ faciei partem solummodo perueniat. Quẽadmodum subscriptæ uidentur indicare formulæ.

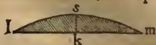


Connexis postmodum lineis rectis *l r* & *m t*, abscindantur omnia quàm rectissimè fieri poterit, extra præfatas circulorum sectiones & superficiem *l m r t* comprehensa: relinquetur enim portio quædam truncata recti atque rectanguli coni, cuius basis est circulus à præfata linea recta *a b c* descriptus. Huius autem truncatæ portionis siue corporis figuram, hic habes ob oculos expositam, iuxta præassumptarum li nearum rationem, quam



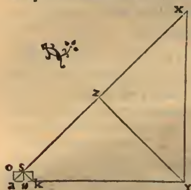
melius fieri potuit in plano repręsentatã. Quòd si demũ partes extra planam superficiem, quæ transit per puncta *l s m k*, uersus *r* & *t* prominentes, quàm aptè fieri poterit resecentur: prodibit tãdem proposita sectio parabola dimi-

minuta, ſub inflexa linea *l s m*, & recta baſi *l k m* comprehẽſa, cuius uertex erit punctum *s*, ſagitta uerò connexa linea recta *s k*. Vt hæc



oſtendit figura, pẽdenter cum priùs aſſumptis delineata.

Exponatur enim ob oculos quadrilaterum rectangulum *a o s k*, quod uidelicet ſumptum à principio corpus *l m n p*, bifariam diuidebat, cuius unum latus eſt *a k*: & cõnexa linea recta *a s*, per datum punctum *s*, ipſi *a o* parallela ducatur *s u*, per trigeſimam primã primi elementorũ. Parallelogrãmum erit igitur *a o s u* quadrilaterũ, atque rectangulum. Et quoniã per trigeſiimã quartam primi elemẽtorum, omnis parallelogrãmi latera quæ ex



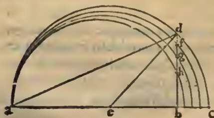
oppoſito & anguli, ęqualia ſunt adinuicẽ: ęquum eſt propterea latus *a u*, ipſi *o s*, atque *a o* ipſi *s u* æquale. Sed *o s* dimidium eſt ipſius *a k*, ſimiliter *a o*, per ipſam conſtructionem: utraq; igitur *a u* & *s u*, & ipſa conſequenter *u k*, eiuſdem *a k* eſt dimidium. Tres propterea *a u*, *u k*, *s u*, æquales ſunt adinuicem, & uterque angulus qui circa *u* uerticem rectus: baſis igitur *a s*, baſi *s k* eſt æqualis, per quartam primi elementorum, & qui ad eaſdem baſes conſiſtunt anguli æquales adinuicem, & proinde quilibet eorum recti dimidius, & qui ſub *a s k* continetur angulus rectus. Completo itaq; triangulo *a x y*, cuius utrunque latus *a y* & *x y*, duplatæ diſtantiæ *a b c* ipſius antecedentis primæ figuræ ſit æquale, & diuiſo *a x* latere bifariam in puncto *z*: ſi connectatur *y z*, ea erit perpendicularis ſuper *a x*, per octauã propoſitionem, & decimam diffinitionem primi elemẽ-

torum,

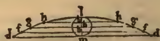
torum, & ipsi propterea *s k* parallela, per uigesimamoctauam eiusdem primi. Ex supradictis ergo fit manifestum, rectam *y z f* ore sagittam parabolæ sectionis illius recti atque rectanguli coni, qui à triangulo rectangulo *a x y*, circa latus *x y* complete reuoluto describitur, & cuius basis est circulus *e x a y* delineatus. Hinc per præmissam parabolæ sectionis diffinitionem, *s k* est sagitta diminutæ sectionis parabolæ, cuius basis est præfata chorda *l k m*. Quòd fecisse, ac demonstrasse oportuit.

Idem aliter.

POTERIT ET EADEM SECTIO PArabola diminuta, alio (ueluti sequitur) artificio delineari. Supposito itaque primo huiusce propositionis diagrammate, describatur recta quædam linea *a b c*, cuius pars *a b* sit æqualis duplo ipsius assumptæ distantię, hoc est, sagittæ ipsius descriptæ à principio sectionis parabolæ. Et à puncto *b*, ipsi *a b c* ad angulos rectos excitetur *b d*, per undecimam primi elementorum, quæ sit æqualis dimidiæ chordæ *l k m*, hoc est, ipsi *l k* siue *k m* eiusdem antecedentis primi diagrãmatis. Describatur postmodum semicirculus *a d c*, cuius centrum in hunc modum promptissimè reperietur. Connexa *a d* linea recta, describatur angulus *a d e* æqualis angulo *b a d*, per uigesimamtertiam primi elementorum: ubi enim *d e* recta diuiserit rectam *a b* (ut in ipso puncto *e*) illic erit centrum præfati semicirculi. Quibus absolutis, sectio *b c* in quotcunque partes inuicẽ æquales diuidenda est: sit igitur eadem *b c*, in quatuor partes (exẽpli gratia) distributa. Describãtur consequenter singuli semicirculi, quorum dimetientes inter pũctum *a* & singula



diuisionum puncta ipsius *bc* comprehendantur: notentúrq; singulæ prędictorum semicirculorum intersectiones in ipsa perpendiculari *bd* contingentes, sub punctis quidem *f*, *g*, *h*: ut in figura. Exponatur rursum altera linea recta, sæpius expressæ sagittæ *ak* primæ descriptionis æqualis: quæ sit *lm* succedentis descriptionis. Hæc postmodum recta *lm*, in tot partes inuicem æquales diuidatur, in quot diuisa est ipsa *bc*. Et per singula diuisionum puncta (excepto *l* extremorum altero) singulæ ducantur lineæ rectæ inuicem parallelæ, & ad rectos angulos cum eadem *lm* coincidentes. Descripto consequēter circa *lm* circulo, ab ipsa parallela quæ per *m* punctum educta est, geminę secentur rectæ ipsi *bd* æquales: & à sequenti parallela, duæ similiter rectæ æquales ipsi *bf*: & à succedenti parallela, totidem ęquales ipsi *bg*. Et deinceps in hūc modum, pro data parallelarum atq; sectionum multitudine ipsius *bd*. Tandem à sectione circuli quæ per punctum *l* describitur, in singula prædictarum linearū extremalia puncta, inflexa linea præfatæ sectionis parabolæ describatur: ut in ipsa continetur figura.



Corollarium.

In quanto plures igitur partes, ipsa *bc* recta fuerit distributa: tanto præcisior, hoc est, minus peccans erit eadē inflexa linea ipsius sectionis parabolæ.

PROPOSITIO IX.

VT speculum ipsum, iuxta prius descriptam sectionem parabolam excauatum fabricetur, ac poliatur, tandem ostendere.

Fabricetur igitur ex puro & electo calibe, instrumentum quoddã moderatè crassum, & ueluti scalprũ in acutiem desinens: quæ quidem acuties instar præfatæ sectionis parabolę ad unguen sit efformata, atque ita indurata,



ut uulgatum calibem seu ferrũ depuratum facilè discindat atq; radat. Huius autem instrumenti hãc accipe formulam. Postmodum, ex ipso uulgari calibe, seu ferro depurato, lamina quædam incuruata fabricetur, ad inflexã lineam eiusdem parabolæ sectionis propemodum excauata, digitalis propemodum crassitudinis. Cuius quidẽ laminæ superficies concaua, ad iustam inflexæ lineę parabolę ipsius præparati & indurati instrumenti, per tornatilem & artificiosam illius circunductionem, radendo figuretur: ac demum subtiliter, & optimè poliatur, quẽadmodum infra declarabitur. Habebis enim optatũ speculum, quod solaribus radiis expositum, ignem ad propositam distantiam, super inflammabili materia (ut ex præostensis fit manifestum) generabit. Conditiones porrò boni & electi calibis, ad præfati instrumenti siue scalpri parabolici constructionem necessarii, sunt huiusmodi: lenitas uidelicet exterioris superficiei absque scissuris, frangendi facilitas, & partium contingens in fractura splendor. Facilitas etenim fractionis, ipsius calibis duritiem arguere uidetur: lenitas autem superficiei exterioris & claritas partium in fracturis, debitam earũdem, partium continuationem, atque mundiciam eiusdem calibis apertè manifestant. Induratio autem ipsius calibis, quæ cæteris potissimũ in hoc uidetur præstare negotio, est hæc. Exprimatur succus raphani, & cum eodẽ succo permisceatur aqua de lumbricis terræ contusis & expressis per pannum lineum: sic quidem ut utriusque & suc-

ſucci & aquę partes ſint æquales. Et intra hãc mixturam præfatum inſtrumẽtum ex depurato calibe fabricatum, candens uel ignitũ bis, térue, aut pluries extinguatur: fiet enim adeò ſolidum & durum, ut ferrum commune, precioſóſue lapides incidat nõ minus facilè, quàm plumbũ uel ſtannum. Reliquum eſt, de politura ipſius ſpeculi nonnulla ſubiungere. Huic itaque rei commodiſſimus eſt lapis emerillus appellatus, colorem habens ferreum, ueluti magnes. Melior tamen eſſe uidetur, cui color ineſt citrinus & ſuboſcurus, ſilicibus in aquis claris inuentis haud diſſimilis. Is itaque lapis, intra mortarium æneum pulueriſandus eſt, dein per cetaſſeum aut lineum pãnum cribrãdus, & exprimendus. Et huiuſcemodi puluis aqua commiſcendus, & commixtura ponenda ſuper plumbũ, & cum ipſo plumbo ita madefacto poliẽdum ſpeculum. Sed in primis, cum groſſiori utcunq; puluere eiuſdẽ lapidis emerilli poliatur: deinde cum ſubtiliori. Eſt & alius lapis emerillus pochea nuncupatus, quo uulgares utuntur artifices, potiſſimum aurifabri, ad idem utilis ſi tritus fuerit ſuper lapidẽ. Item genus aliud pocheæ, quod uulgò color nuncupatur, ad poliendum etiam ualet, cum ligno mundo ab omni ſorde, aut cum lamina ex plumbo & ſtanno conflata. Poterit & idem ſpeculum eo modo poliri, quo poliuntur gladii & enſes, ab illorum artificibus.

Alia eiuſdem ſpeculi compoſitio.

IVVAT DEMVM ALIAM EIVSDEM ſpeculi materiam, fabricam, atque polituram oſtendere: ad aliorum quoque ſpeculorum conſtructionem, indifferẽter adcommodam. Fiat igitur ex ligno quopiam ſolido, tabella quadrangularis atque rectangula, tantæ ad minus longitudinis, quanta eſt baſis ſiue latus rectũ præparatę ſectionis parabolæ: latitudinis autem paulo ma-

ioris,quàm sit illius sagitta:& crassitudinis ad summum digitalis:ueluti obiecta figura *abcd* utcunque demonstrat. In qua quidem tabella, delineetur ac tãdem excauetur sectio parabola,iuxta antecedentis octauæ propositionis traditionem præfigurata: cuius inflexa linea ad unguem expressa,sit *aed*. Præparetur consequenter ex ligno cõgruo,aliáue tractabili materia, corpus quoddam solidum, ueluti *aedf*: cuius basis sit circularis,& ipsius circuli diameter æqualis lateri recto præfatæ sectionis parabolæ:inflexa uerò superficies,inflexæ lineæ eiusdem porabolæ,hoc est,ipsi *aed* excauatæ tabellę *abcd*, quaquauersum sine aliquo discrimine congruat.

Tandem mediante huiuscemodi parabolico corpore, fiat typus ipsius speculi,ex sabulo , uel arsilla , instar campanarum:& fundatur speculũ ex subscripta materia metallica,cuius superficies concaua,inflexam siue conuexã superficiem eiusdem præparati corporis parabolici ex omni parte contangat.Erit enim hoc modo, ad rationẽ parabolæ sectionis excauata.

Recipe igitur boni æris & bene purgati lib.1,stanni glacialis lib. semis,marcassitæ albæ ¼ lib.salis petræ ¼ lib. Deinde funde hæc omnia simul.Quibus fusis,superpone laminã lardi,& moue diu: cùm autem spumauerit,proiice spumam.Et proiice hanc materiam intra paratum typũ siue(ut uocant)modulum speculi. Quo infrigidato , extrahatur , & figatur illius conuexum super excauatum asserẽ,aut alio quouis modo . Et cũ pumice rudi & aqua communi,fricetur ipsius speculi cõcaua & parabolica superficies,quatenus ablata fuerit illius asperitas , & unita uideatur. Postea fricetur cum lapide sulphuris. Sumatur consequenter tripolitum , & oleum oliuarum , spuma stanni,creta crocea siue massicotus lapis:& fricetur rursum

ſum cum corio eadem interior ſpeculi ſuperficies. Tandẽ ſumatur tartarum rubeum, fuligo, & cinis ſalicis, & cum illis extrema fiat politura: hoc enim modo, paratum erit præfatum ſpeculũ parabolicum.

Appendix I.

Adde quòd ſi ex præaſſumpto corpore parabolico (ſic enim non ineptè uocari poteſt) libera pars circa illius uerticem auferatur, dein reliquæ parti orbiculari typus de more paretur, & fundatur demum, atque poliatur interior huiuſcemodi orbis ſuperficies: Fiet ſpeculum annulare ſeu orbiculare, ad trũcatam ſuperficiem parabolam (ut hæc figura repræſentat) efformatum.



Quod ſimili modo, ſed non adeò uiuaciter, ignẽ ad propoſitam diſtantiã (ſi radiis obiiciatur ſolaribus) accẽdet.

Appendix I I.

Ex hac itaque metallica & fuſili materia, & haud diſſimili poliendi ratione, fabricari poterunt data quæuis alia ſpecula, tã plana, quàm gibboſa, & excauata. De his ergo ſatis. Speculi parabolici finis.

PROPOSITIO X.

ex ſupradictis corollaria.

DAto recto atque rectangulo cono, duas colligere lineas: quæ quanto longiùs producẽtur, tanto propiores euadent, nunquam tamen (etiam ſi in infinitum producantur) conuenient adinuicem.

Dum supradictas sectionis parabolæ eius coni, qui rectus atque rectangulus dicitur, construeremus demonstrationes: succurrit nobis imaginatio quædam non prætermittenda, à nonnullis olim tentata, de duabus uidelicet lineis tam in eodem plano, quàm in diuersis planis cõstitutis, quæ quanto longiùs producentur, tanto propiores fient adinuicem, nunquam tamen conuenient, etiam si in infinitum producantur. Esto igitur datus rectus, atq; rectãgulus conus, *a b c*: cuius uertex *a*, basis uerò *b d c e* circulus. Hunc itaq; conum bifariam diuidat triangulum rectangulum atq; isosceles *a d e*, per ipsius coni uerticem & axem eductũ: cuius latera sint *a d* & *a e*, basis uerò recta *d e*. Sit rursum alia quædam superficies plana, conum ipsum inæqualiter diuidens, sub inflexa linea *g f h*, & recta *g h* comprehensa, & ipsi *a d e* triãgulo parallela: cuius uertex, seu punctum ipsi *a* uertici propinquius sit *f*. Dico quòd si lineæ *a d* & *f g*, sub diuersis planis in primis & inuicem parallelis constitutæ, quanto magis in continuũ, unà cum ipso cono *a b c* producentur, tanto propinquiores offendentur: & nihilominus easdem lineas inuicem conuenire est impossibile. Suscipiãtur enim in ipsa linea inflexa *f g*, duo puncta *i*, *k*: per quæ, duo transeant circuli ipsi basi *b d c e* atq; inuicem paralleli, quorũ circunferẽtiæ sint *i l m*, & *k n o*. Et cõprehensis inter lineas *a c* & *f g* eorũdem circulorũ arcubus *i l* & *k n*, æquales eisdẽ sint l *m* & *n o*, unà cum subtendentibus chordis *i m* atque *l o*: quæ de necessitate bifariam & ad rectos diuidẽtur angulos à plana superficie præfati triãguli *a d e*, in punctis quidem *p* & *r*, quarum sagittæ in ipso plano cõstitutæ sint *p l* & *r n*. His constructis, aio *f g* lineam propinquiorem esse eidem *a e* in puncto *k*, quàm in ipso puncto *i*. Connectantur enim *i l* & *k n*, lineæ rectæ. Et quoniam superficies triãguli rectanguli *a d e* transit per utriusque circuli centrum, & diuidit arcus *i l m* & *k n o* bifariã: diuidit igitur & ipsas chordas.

das *im* & *ko* itidem bifariam, in ipsis quidem punctis *p* & *r*. Dupla est igitur *im* ipsius *ip*, & *ko* ipsius *kr*. sed *ip*, ipsi *kr* est æqualis: parallela siquidem est *fgh*, superficies ipsi *ade*, per constructionem. Aequalis est igitur & *im* ipsi *ko*, per sextam communem sententiam geometricorum elementorum. Circulus porrò *ilm*, minor est circulo *kno*: nempe uicinior uertici *a*, ipsius coni *abc*. Minor est itaq; arcus *kno*, ipso arcu *ilm*; æquales enim chordæ, inæqualiũ circulorum inæquales secant arcus, minorẽ quidem à maiori, & maiorem à minori, quoniam plus incuruatur minor, quàm ipse maior circulus. Et sagitta consequenter *pl*, maior est sagitta *rn*: ut ex ipsa seorsum ad dextram obiecta licet intueri figura. Triangula itaque *ipl*, & *krn*,

habent duo latera ip & pl duobus lateribus kr & rn inæqualia: & ęquos nihilominus angulos comprehendentia, nempe rectos qui ad p & r. Basis igitur il, basi kn maior est, atque eidem parallela. plus ergo distat punctum i ab ipso puncto l, quàm punctum k, ab ipso puncto n: & proinde linea fg propinquior est ipsi ad in pūcto k, quàm in ipso puncto io, quod erat ostendendū. Haud dissimiliter descripto sub kno alio quopiam circulo, eidem kno parallelo, ostendimus eundem circulum secare lineam fg in puncto propiore ipsi lineæ ad, quàm sit punctum k: & sic in infinitum. Quanto magis igitur ad & fg lineæ in continuum producentur, ad partes quidem d & g, tāto propiores euadent: & nihilominus eas tandem conuenire est impossibile, utpote, quæ in planis consistunt inuicem parallelis, ex ipsa constructione, & semper tantum ad minus inuicem distabunt, quanta est linea recta utrique prędictarum superficierū perpendicularis. Vtraque igitur propositionis pars, uerissima relinquitur.

IDEM CONSEQVENTER OSTENDETUR, ubi datæ lineæ sub eodem plano fuerint constitutæ. Intelligatur enim plana quędam superficies $asxd$, super rectam ad constituta, & cum ipso triangulo ade orthogonaliter erecta, in quam concurrat præassumpta superficies fgh, ad partes lineæ fg directè coextensa: sitque earundem superficierum communis & orthogonalis intersectio, recta sx. Aio lineas fg & sx, sub eodem plano constitutas, quāto magis in directū producentur, ad partes quidē g & x, tanto fieri propiores: sed nusquam inuicē conuenire posse, etiam si in infinitum producantur. Per data enim puncta l & n ipsius ad, in rectam sx, rectæ ducantur lineæ lt & nu, ipsis ip & kr parallelæ: & connectātur it & ku lineæ rectæ. Parallelogramma erūt igitur ipsa $iplt$ & $krnu$ quadrilatera, atque rectangula, per ipsam

planorum atque linearum constructionē. Omnis autem parallelogrāmi latera, & anguli quę ex opposito, ęqualia sunt adinuicem, per trigesimam quartam primi elementorum. Aequalis est igitur *i t* ipsi *p l*, & *k u* ipsi *r n*. Atqui *p l* eadem *r n* maior præostensa est: & *i t* igitur ipsa *k u* maior est. Propior est itaque linea *f g* ipsi rectę *s x*, in puncto *k*, quàm in puncto *i*. Haud aliter si describatur sub *k n o* alius quispiam circulus, eidem *k n o* parallelus: concludetur rursum eadem linea *f g*, sub illius sectionem cum eodem circulo propior esse eidē *s x*, quàm sub puncto *k*: & sic in infinitum. Quanto magis igitur præfatæ lineę *f g* & *s x*, ad easdem partes *g* & *x*, unà cum ipso cono producentur: tanto propiores erunt adinuicem. Sola enim linea *a d*, ipsius plani *a s x d*, conum ipsum *a b c* tāgit, & productum conum tāget in omnibus suis punctis: linea porrò *f g*, ab eodem cono nusquam dimouebitur. Recta

itaque linea sx, nunquam tanget eundem conum abc in aliquo sui pũcto: neq; igitur linea fg. Et proinde ipsas fg & sx lineas datas, & in eodem plano constitutas, inuicem cõuenire est impossibile. Quod tandem inuenisse ac demonstrasse oportuit.

FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

